Problema I **(10 puncte)**

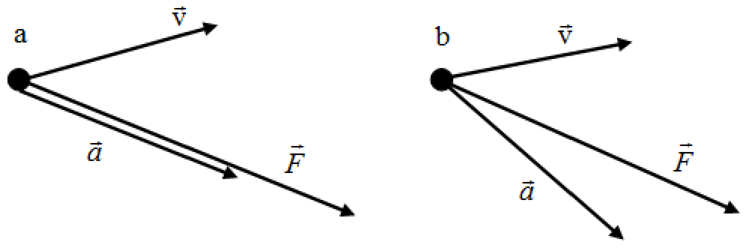
	Parţial	Punctaj
Barem problema I		**10 p**
a) Intensitatea câmpului electric care este paralelă cu axa de transmisie a polarizorului şi se poate descompune într-o componentă paralelă cu axa analizorului $E_1 = E_0 \cos\alpha$, care va trece neafectată şi o componentă perpendicular $E_2 = E_0 \sin\alpha$ care este absorbită. Deoarece intensitatea luminii este proportională cu pătratul amplitudinii cămpului electric: $I_0 = const \cdot E_0^2$ şi $I = const \cdot E_1^2 = const \cdot E_0^2 \cos^2\alpha$, deci $I = I_0 \cos^2\alpha$.	**1 p**	**1 p**
b) În acest caz prin polarizorul P' trece o componentă $E' = E_0 \cos\alpha$ paralelă cu axa de transmisie a aceteia Aceasta, la rândul ei are o componentă paralelă cu axa de polarizare a analizorului $E'' = E'\cos(90-\alpha) = E_0 \cos\alpha \sin\alpha = \frac{E_0}{2}\sin 2\alpha$, deci intensitatea fasciculului emergent este $I = \frac{I_0}{4}\sin^2 2\alpha$. Această mărime este maximă pentru $\alpha = \frac{\pi}{4}$ şi are valoarea $I_{max} = \frac{I_0}{4}$.	**1 p** **0,5 p**	**1,5 p**
c) La intrarea în cristal cele două componente sunt în fază (pentru simplitate presupunem că la intrarea în cristal faza initială este nulă). Defazajul este $\delta = 2\pi \frac{d(n_e - n_o)}{\lambda}$	**1 p**	**1 p**
d) La ieșire avem o componentă corespunzătoare undei ordinare: $E_o = E_{max}\sin(\omega t - 2\pi\frac{dn_o}{\lambda}) = E_{max}\sin(\omega t - \varphi_1) = E_{max}\sin\omega t\cos\varphi_1 - E_{max}\cos\omega t\sin\varphi_1$ $E_e = E_{max}\sin(\omega t - 2\pi\frac{dn_e}{\lambda}) = E_{max}\sin(\omega t - \varphi_2) = E_{max}\sin\omega t\cos\varphi_2 - E_{max}\cos\omega t\sin\varphi_2$ Se înmulțește prima relație cu $\sin\varphi_2$ și a doua cu $\sin\varphi_1$ și se scad, apoi se înmulțește prima relașie cu $\cos\varphi_2$ și a doua cu $\cos\varphi_1$ și se scad. Cele două relații obținute se ridică la pătrat și se adună. Se obține: $E_o^2 + E_e^2 - 2E_oE_e\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = E_{max}^2\sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$ unde $\varphi_2 - \varphi_1 = \delta$. Pentru $\delta = 2k\pi$ se obține $E_o = E_e$, deci lumina obținută este liniar polarizată (după prima bisectoare).	**1,5 p** **0,5 p**	**2 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pentru $\delta=(2k+1)\pi$ se obține $E_o=-E_e$, deci lumina este liniar polarizată (a doua bisectoare). Pentru $\delta=k\pi+\frac{\pi}{2}$ și amplitudini egale $E_o^2+E_e^2=E_{\max}^2$, deci lumina rezultată este circular polarizată. Pentru $k=0$ grosimea lamei este $d=\frac{\lambda}{4(\lvert n_o-n_e\rvert)}$, lama este sfert de undă. Pentru celelalte cazuri lumina obținută este polarizată eliptic.		
e) $\eta\approx\eta_0+(\frac{d\eta}{dn})_0(n-n_0)=\eta_0+(-\frac{2}{n_0^3})(n_0-\frac{1}{2}rn_0^3E-n_0)=\eta_0+rE$	**1 p**	**1 p**
f) În cazul absenței cîmpului electric celula introduce un defazaj $\Delta\varphi_1=2\pi\frac{Ln_0}{\lambda}$ iar după aplicarea câmpului electric $\Delta\varphi_2=2\pi\frac{Ln}{\lambda}$, deci prezența câmpului determină un defazaj suplimentar $\Delta\varphi=\Delta\varphi_1-\Delta\varphi_2=2\pi\frac{L(n_0-n)}{\lambda}=2\pi\frac{L(n_0-n_0+\frac{1}{2}rn_0^3E_\pi)}{\lambda}$, deci $\pi=\pi\frac{L}{\lambda}rn_0^3E_\pi=\pi\frac{L}{\lambda}rn_0^3\frac{U_\pi}{d}$. De aici rezultă $U_\pi=\frac{\lambda d}{Lrn_0^3}$	**1,5 p**	**1,5 p**
g) Diferența de fază între cele două unde este: $\Delta\Phi=\frac{2\pi}{\lambda}(n_o-n_e)=\frac{2\pi}{\lambda}(n_{o0}-n_{e0})L-\frac{1}{2}\frac{2\pi}{\lambda}(r_on_{o0}^3-r_en_{e0}^3)EL$ $\Delta\Phi=\Delta\Phi_0-\pi\frac{U_\pi}{U}$ Rezultă că $U_\pi=\frac{d}{L}\frac{\lambda}{r_on_{o0}^3-r_en_{e0}^3}$ este tensiunea semiundă. Din rezultatele anterioare, pentru a obține radiație liniar polarizată după prima bisectoare, este necesar ca $\Delta\Phi_0=2k\pi$, iar pentru a radiație polarizată după a doua bisectoare $\Delta\Phi=(2k+1)\pi$, deci aplicarea câmpului trebuie să producă un defazaj suplimentar egal cu π. Rezultă că tensiunea necesară este chiar U_π.	**1 p**	**1 p**
h) 75%	**1 p**	**1 p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

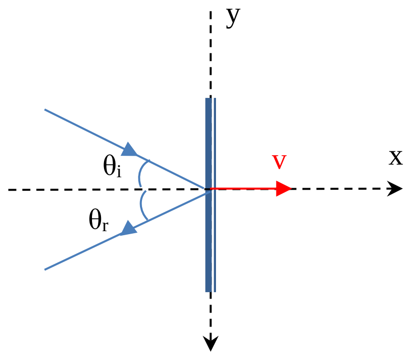
Problema II **(10 puncte)**

	Parţial	Punctaj	
Barem problema II		**10 p**	
a)			
$\vec{F}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\cdot\vec{a}+\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\cdot\frac{v}{c^2}\cdot\frac{dv}{dt}\vec{v}$	**2 p**	**3 p**	
	**1 p**		
b)			
$\vec{a}=\frac{1}{m}\cdot\vec{F}-\frac{\vec{F}\cdot\vec{v}}{mc^2}\cdot\vec{v}$	**2 p**	**4 p**	
1) $\vec{F}\perp\vec{v};\ \vec{F}\cdot\vec{v}=0;\quad \vec{a}=\frac{\vec{F}}{m};\quad \vec{a}\,//\,\vec{F};\quad \vec{a}\perp\vec{v};$ $m_{\text{transversală}}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$	**1 p**		
2) $\vec{F}\,//\,\vec{v};\quad \vec{F}\cdot\vec{v}=Fv;\ \vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}-\frac{\vec{v}}{mc^2}Fv;\ \vec{a}\,//\,\vec{F};\quad \vec{a}\,//\,\vec{v},$ $m_{\text{longitudinală}}=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}.$	**1 p**		
c)			
$F_{\vec{\tau}}=F_{\text{t}}=\frac{m_0}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}\frac{dv}{dt};\ F_{\vec{n}}=F_{\text{n}}=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{v^2}{R};$	**2 p**	**3 p**	
$F=\sqrt{F_{\text{t}}^2+F_{\text{n}}^2}$	**1 p**		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{F_n}{F_t}.$$			

Problema III **(10 puncte)**

	Parţial	**Punctaj**	
Barem problema III		**10 p**	
Reflexia		**3 p**	
a)  	**0,5 p**	**3 p**	
În sistemul laboratorului fotonii incidenţi au viteza $c_x = c\cdot\cos\theta_i$, $c_y = c\cdot\sin\theta_i$	**0,5 p**		
În raport cu oglinda: $c'_x = \dfrac{c_x - v}{1-\dfrac{c_x v}{c^2}} = \dfrac{c\cdot\cos\theta_i - v}{1-\beta\cos\theta_i}$, $c'_y = \dfrac{c_y}{\gamma\left(1-\dfrac{c_x v}{c^2}\right)} = \dfrac{c\cdot\sin\theta_i}{\gamma(1-\beta\cos\theta_i)}$ unde $\beta = \dfrac{v}{c}$	**1 p**		
După reflexie, în raport cu oglinda: $c''_x = -c'_x$, $c''_y = c'_y$ Viteza pentru fotonii reflectaţi, în sistemul laboratorului, pe direcţia y: $c\cdot\sin\theta_r = \dfrac{c''_y}{\gamma\left(1+\dfrac{c''_x v}{c^2}\right)} = \dfrac{c\cdot\sin\theta_i}{\gamma^2\left(1-\beta\dfrac{c'_x}{c}\right)(1-\beta\cos\theta_i)}$ unde $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$	**0,5 p**		
Prin urmare: $\sin\theta_r = \dfrac{\sin\theta_i\cdot(1-\beta^2)}{1-2\beta\cos\theta_i+\beta^2}$	**0,5 p**		
Propulsia		**7 p**	
b) Lungimea fasciculului de lumină care ajunge la vehicul în dt este $d\ell = (c-v)dt$	**1 p**	**2 p**	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Un fascicul cu aeastă lungime este emis de laser în $dt_0 = \frac{d\ell}{c} = (1-\beta)dt$; $\beta = \frac{v}{c}$ Prin urmare $d\varepsilon = P \cdot dt_0 = P(1-\beta)dt$	1 p		
c) Fie E şi p energia respectiv impulsul vehiculului care se mişcă, la un moment dat, cu viteza v. Pentru timpul dt rezultă $d\varepsilon + E = d\varepsilon' + E + dE$ (legea conservării energiei), $\frac{d\varepsilon}{c} + p = -\frac{d\varepsilon'}{c} + p + dp$ (legea conservării impulsului) Din conservarea energiei rezultă: $dE = d\varepsilon - d\varepsilon'$ Din conservarea impulsului rezultă: $d\varepsilon + d\varepsilon' = cdp$ Prin urmare $dE + cdp = 2d\varepsilon = 2P(1-\beta)dt$ $E = mc^2\gamma$ şi $p = mc\beta\gamma$ unde $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ Dacă vehiculul ar fi în repaus, în timpul t, va primi energie de la un fascicul laser cu lungimea ct; dacă vehiculul se mişcă cu viteza v, în timpul t, va primi energie de la un fascicul laser cu lungimea $ct - vt$. Fie t' timpul în care lumina parcurge distanţa $ct - vt$; cum $x = vt$ este distanţa parcursă de vehicul rezultă, $t' = t - \frac{x}{c}$. Rezultă: $dt' = dt - \frac{1}{c}\frac{dx}{dt}dt = dt - \beta dt = (1-\beta)dt$ $E + cp = mc^2\gamma + mc^2\beta\gamma = mc^2\gamma(1+\beta)$ Cum $dE + cdp = 2P(1-\beta)dt$ rezultă $d(E+cp) = 2P(1-\beta)dt$ $dt \to dt'$ rezultă: $mc^2 \mathrm{d}[\gamma(1+\beta)] = 2P(1-\beta)\mathrm{d}t$; $dt = \frac{dt'}{1-\beta}$ rezultă $\frac{d[\gamma(1+\beta)]}{dt'} = \frac{2P}{mc^2}$. După integrare $\gamma(1+\beta) = \frac{2P}{mc^2}t' + C$ La $t' = 0 \Rightarrow \beta = 0$; prin urmare $C = \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-0}} = 1$ rezultă $\gamma(1+\beta) = \frac{2P}{mc^2}t' + 1$	0,5 p (conservarea energiei) 0,5 p (conservarea impulsului) 0,5 p (E, p, γ) 1 p (integrare)	3 p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporţional cu conţinutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Dar $\gamma(1+\beta)=\dfrac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}}=\dfrac{\sqrt{1+\beta}}{\sqrt{1-\beta}}$ rezultă $\beta=\dfrac{\left[\dfrac{2P}{mc^2}\left(t-\dfrac{x}{c}\right)+1\right]^2-1}{\left[\dfrac{2P}{mc^2}\left(t-\dfrac{x}{c}\right)+1\right]^2+1}$	**0,5 p**		
d) $d=\int_0^t vdt=c\int_0^t \beta dt=c\int_0^{t'}\dfrac{\beta}{1-\beta}dt' \Rightarrow \dfrac{d}{c}=\int_0^{t'}\dfrac{\beta}{1-\beta}dt'$ Cum $\dfrac{\beta}{1-\beta}=\dfrac{\left[\dfrac{2P}{mc^2}t'+1\right]^2-1}{2}$ rezultă $\dfrac{d}{c}=\dfrac{1}{2}\left[\int_0^{t'}\left(\dfrac{2P}{mc^2}t'+1\right)^2-1\right]dt'=\dfrac{2}{3}\dfrac{P^2}{m^2c^4}t'^3+\dfrac{P}{mc^2}t'^2$ Fie $a=\dfrac{P}{mc}=3000\ \dfrac{m}{s^2}$ rezultă $\dfrac{2}{3}\dfrac{a^2}{c}t'^3+at'^2-d=0$ Rezultă $2t'^3+3\cdot10^5t'^2-10^{15}=0$; $2t'^2+10^5t'-10^{10}=0$ Rezultă $t=\dfrac{5}{6}\cdot10^5\,\text{s}$	**0,5 p** **0,5 p** **1 p**	**2 p**	

Barem propus de:
Viorel Solschi - Colegiul Național „Mihai Eminescu” Satu Mare
Mihail Sandu - Liceul Tehnologic de Turism Călimănești
Victor Stoica – Inspectoratul Școlar al Municipiului București

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.